

Вес тела на полюсе планеты, имеющей форму шара, на 18 % превышает его вес на экваторе. Если плотность планеты $\rho = 0,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, то период обращения планеты равен...

Дано:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

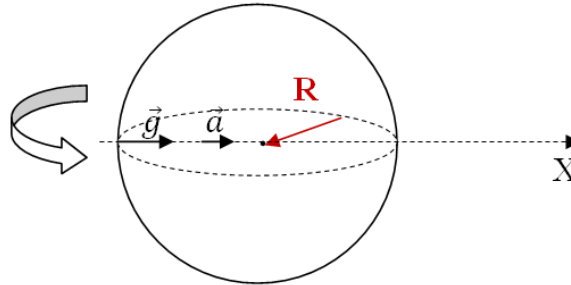
$$\rho = 0,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$P_{\text{полюс}} - P_{\text{экв}} = 0,18 \cdot P_{\text{полюс}}$$

Найти

T - ?

Решение:



Период обращения планеты:

$$T = \frac{2\pi R}{v} \quad (1)$$

T – период обращения (искомая величина)

R – радиус планеты

v – линейная скорость вращения точек экватора

Точки экватора обладают центростремительным ускорением:

$$a = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{a \cdot R} \quad (2)$$

Объединяем (1) и (2) получим:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{a}} \quad (3)$$

Вес тела на экваторе равен:

$$\vec{P}_{\text{экв}} = m \cdot (\vec{g} - \vec{a})$$

m – масса тела

g – ускорение свободного падения данной планеты

Или с учетом проекций:

$$P_{\text{экв}} = m(g - a) = mg - ma = P_{\text{полюс}} - ma \quad (4)$$

Из (4) следует:

$$ma = P_{\text{полюс}} - P_{\text{экв}} = 0,18 \cdot P_{\text{полюс}} = 0,18 \cdot mg \Rightarrow a = 0,18 \cdot g \quad (5)$$

Решение задачи опубликовано здесь: <http://znanija.com/task/2431559>

Ускорение свободного падения на поверхности планеты:

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad (6)$$

G – гравитационная постоянная

M – масса планеты

Т.к. планета – шар, то её масса равна

$$M = \rho \cdot V = \rho \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \right) = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \rho \cdot R^3 \quad (7)$$

Объединив уравнения (6) и (7) получим:

$$g = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \rho \cdot R^3}{R^2} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \rho \cdot G \cdot R \quad (8)$$

Объединив уравнения (3), (5) и (8) получим:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{a}} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{0,18 \cdot g}} = \sqrt{\frac{(2\pi)^2 R}{0,18 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \rho \cdot G \cdot R}} = \sqrt{\frac{\pi}{0,06 \cdot \rho \cdot G}}$$

$$T = \sqrt{\frac{3,14}{0,06 \cdot 0,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}}} \approx 3,62 \cdot 10^4 \text{ с} \approx 10,056 \text{ ч}$$

Ответ: $T \approx 10,056 \text{ ч}$